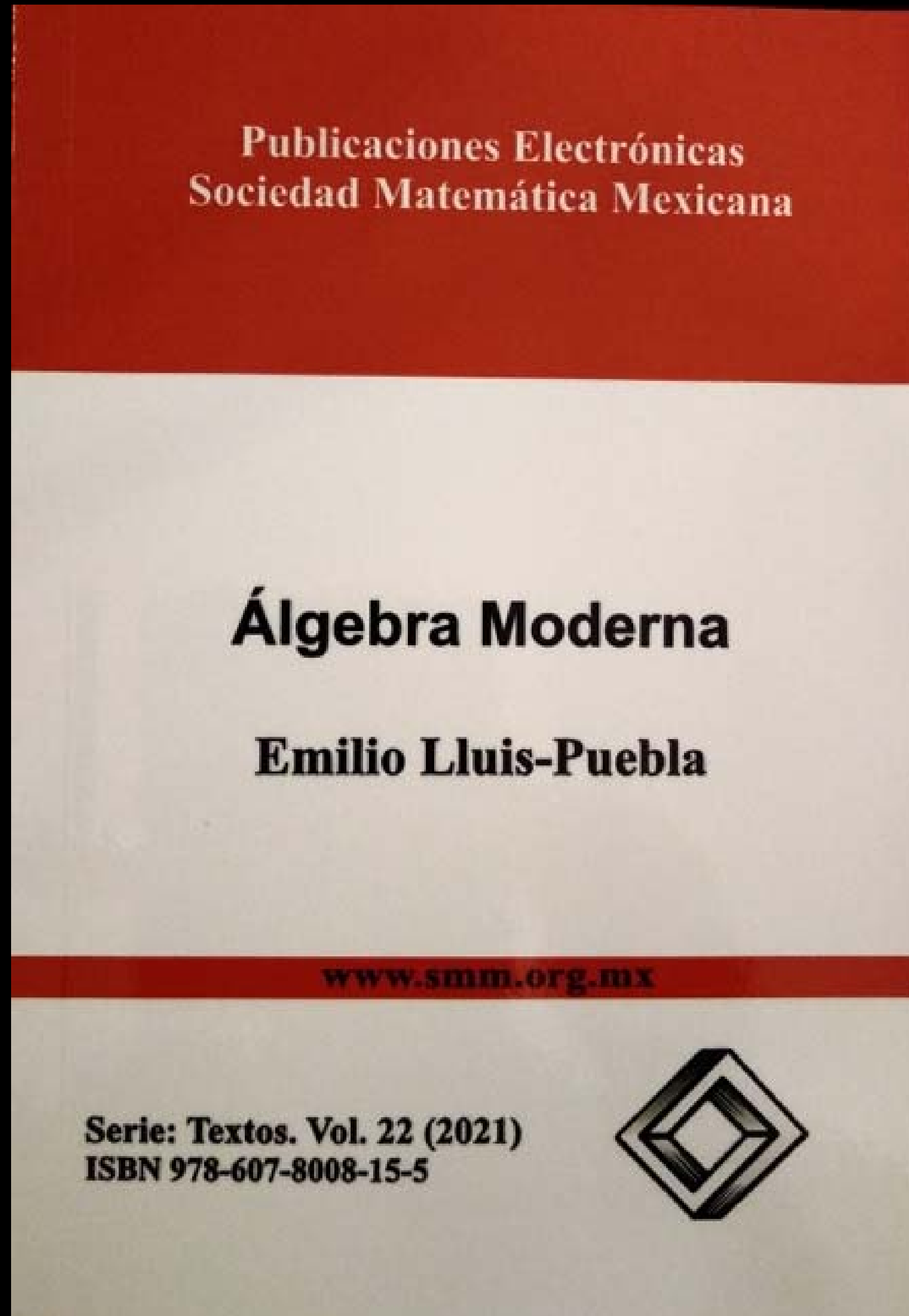
Estructuras Algebraicas en la Matemática y en la Teoría Matemática de la Música.

Dr. Emilio Lluis-Puebla


Publicaciones Electrónicas
Sociedad Matemática Mexicana
Álgebra Moderna
Emilio Lluis-Puebla
www.smm.org.mx
Serie: Textos. Vol. 22 (2021)
ISBN 978-607-8008-15-5

Una ***operación binaria*** o ***ley de composición*** en un conjunto C es una función $f:C\times C\rightarrow C$ donde $(x,y)\mapsto f(x,y)$.

Podemos definir funciones $f:G\rightarrow G$, $g:G^2=G\times G\rightarrow G$, $h:G\times G\times G\rightarrow G$ o bien $j:G^n=G\times\ldots\times G\rightarrow G$ dando así lugar a operaciones unarias, binarias, ternarias o n-arias. La operación nula es una función $i:\{e\}\rightarrow G$.

Una ***estructura algebraica*** o ***sistema algebraico*** es un conjunto C junto con una o más operaciones n-arias definidas en C las cuales podrían satisfacer ciertas axiomas o propiedades.

Un *grupo* es una pareja (G,+) donde G es un conjunto no vacío y +: $G\times G\rightarrow G$ es una operación binaria dada por $(u,v)\mapsto+(u,v)$ donde, por conveniencia o abuso de notación se escribe $+(u,v)=u+v$ tal que

(i) $+(+(u,v),w)=+(u,+(v,w))$, es decir, $(u+v)+w=u+(v+w)$

(ii) existe un elemento $O\in G$, llamado *elemento de identidad*, tal que $+(v,O)=v+O=v$

(iii) para cada $v\in G$ existe un elemento, llamado *inverso*, denotado con $-v$, tal que $+(v,-v)=v+(-v)=O$.

Diremos que el grupo es *conmutativo* si además satisface

(iv) $+(u,v)=+(v,u)$ es decir, $u+v=v+u$.

$(\mathbb{Z},+)$, $(n\mathbb{Z},+)$, $n\in\mathbb{Z}$, $(\mathbb{Q},+)$, $(\mathbb{Q}^*=\mathbb{Q}-\{0\},\cdot)$, $(\mathbb{R},+)$,

$(\mathbb{R}^*=\mathbb{R}-\{0\},\cdot)$, $(\mathbb{C},+)$, $(\mathbb{C}^*=\mathbb{C}-\{0\},\cdot)$, $(\mathbb{Z}_n,+)$, $(\Delta_3,\circ)$,

$(S_3,\circ)$, $(S_n,\circ)$,

$(M_nK,+)$, donde M_nK denota las matrices cuadradas de $n\times n$ con coeficientes en un campo K,

$(GL_nK,+)$ y $(GL_nK,\cdot)$, donde GL_nK denota las matrices cuadradas invertibles de $n\times n$ ($n\in\mathbb{N}$) con coeficientes en un campo K,

son grupos (con las operaciones binarias usuales en cada uno de ellos).

Un *magma* o *grupoide* es simplemente un conjunto no vacío con una operación binaria.

Si un magma o grupoide tiene la propiedad asociativa se le llama *semigrupo*.

Si un semigrupo satisface la propiedad del elemento de identidad, se le llama *monoide*.

Un *anillo* es un conjunto no vacío junto con dos operaciones binarias, tal que es un grupo abeliano bajo una de esas operaciones binarias, un semigrupo bajo la otra operación binaria y satisface una ley de distribución adecuada.

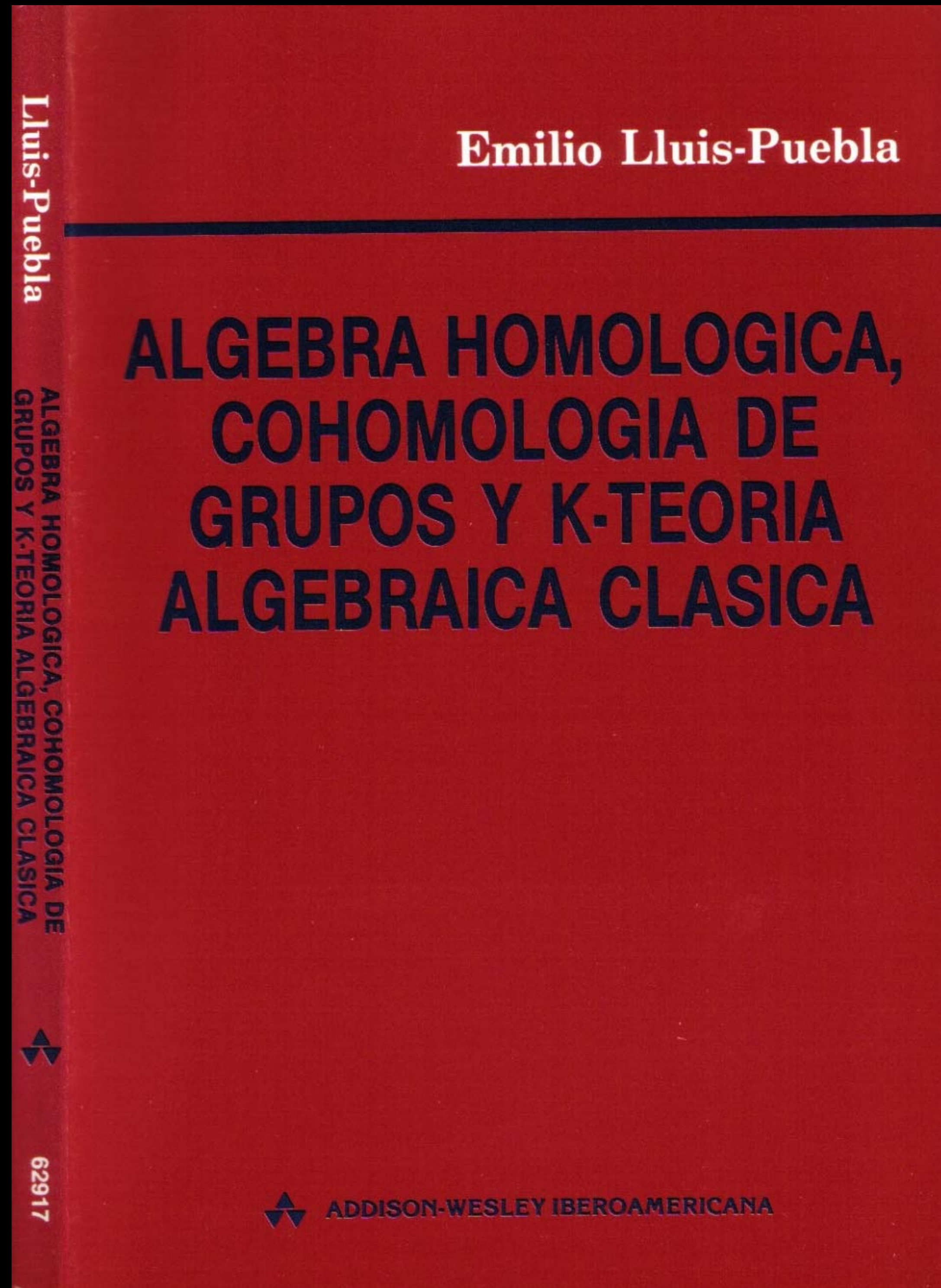
Un *campo* es un anillo conmutativo con división.

Un *espacio vectorial* es un conjunto no vacío con una operación binaria que es un grupo abeliano, junto con una *multiplicación escalar*, que es una acción de un campo en el conjunto que satisface acciones distributivas adecuadas y la acción del elemento identidad del campo deja invariante el elemento sobre el que actúa.

Si en lugar de un campo, se generaliza la definición anterior a tener la acción de un anillo sobre el conjunto, se obtiene el importante concepto de *módulo sobre un anillo*.

La estructura algebraica llamada *álgebra sobre un anillo* es un conjunto no vacío que a la vez es un anillo y un módulo sobre un anillo.

Teoría de Módulos y Categorías



MSC2020-Mathematics Subject Classification System

Associate Editors of Mathematical Reviews and zbMATH

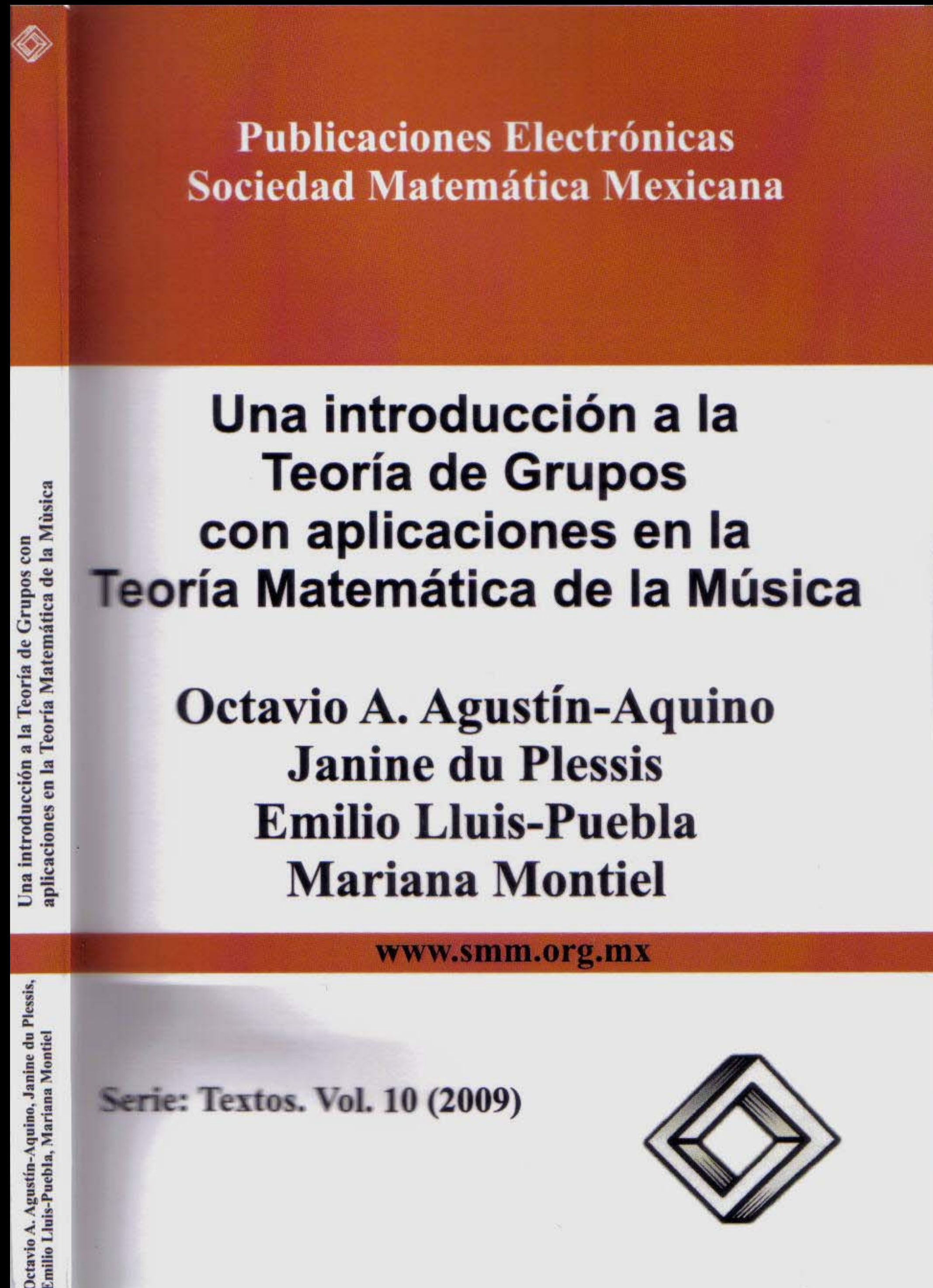
00 General and overarching topics; collections
01 History and biography
03 Mathematical logic and foundations
05 Combinatorics
06 Order, lattices, ordered algebraic structures
08 General algebraic systems
11 Number theory
12 Field theory and polynomials
13 Commutative algebra
14 Algebraic geometry
15 Linear and multilinear algebra; matrix theory
16 Associative rings and algebras
17 Nonassociative rings and algebras
18 Category theory; homological algebra
19 K-theory
20 Group theory and generalizations
22 Topological groups, Lie groups
26 Real functions
28 Measure and integration
30 Functions of a complex variable
31 Potential theory
32 Several complex variables and analytic spaces
33 Special functions
34 Ordinary differential equations
35 Partial differential equations
37 Dynamical systems and ergodic theory
39 Difference and functional equations
40 Sequences, series, summability
41 Approximations and expansions
42 Harmonic analysis on Euclidean spaces
43 Abstract harmonic analysis
44 Integral transforms, operational calculus
45 Integral equations
46 Functional analysis
47 Operator theory
49 Calculus of variations and optimal control; optimization
51 Geometry
52 Convex and discrete geometry
53 Differential geometry
54 General topology
55 Algebraic topology
57 Manifolds and cell complexes
58 Global analysis, analysis on manifolds
60 Probability theory and stochastic processes
62 Statistics
65 Numerical analysis
68 Computer science
70 Mechanics of particles and systems
74 Mechanics of deformable solids
76 Fluid mechanics
78 Optics, electromagnetic theory
80 Classical thermodynamics, heat transfer
81 Quantum theory
82 Statistical mechanics, structure of matter
83 Relativity and gravitational theory
85 Astronomy and astrophysics
86 Geophysics
90 Operations research, mathematical programming
91 Game theory, economics, social and behavioral sciences
92 Biology and other natural sciences
93 Systems theory; control
94 Information and communication, circuits
97 Mathematics education

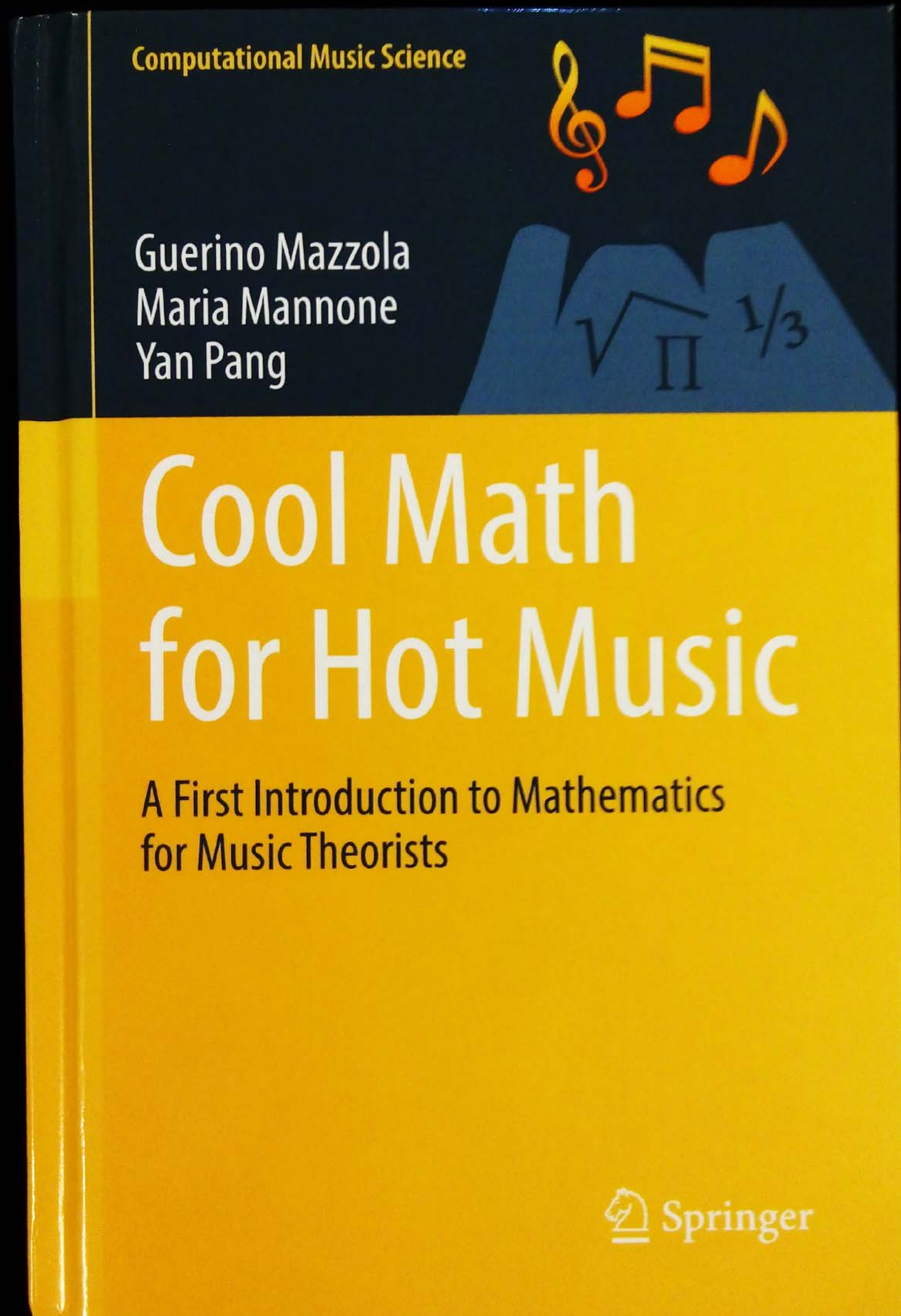
- Guerino Mazzola ha desarrollado enormemente la Teoría Matemática de la Música.

- Una de las principales metas de la Teoría Matemática de la Música es la de desarrollar un marco científico para la Musicología.

- La Teoría Matemática de la Música está basada en las Teorías de Módulos y Categorías, en la Topología Algebraica y Combinatoria, en la Geometría Algebraica y Teoría de Representaciones, entre otras.
- Uno de sus propósitos es el de describir las estructuras musicales.

- Guerino Mazzola y Emilio Lluis-Puebla en 1997.


Publicaciones Electrónicas
Sociedad Matemática Mexicana
Una introducción a la
Teoría de Grupos
con aplicaciones en la
Teoría Matemática de la Música
Octavio A. Agustín-Aquino
Janine du Plessis
Emilio Lluis-Puebla
Mariana Montiel
www.smm.org.mx
Serie: Textos. Vol. 10 (2009)
Una introducción a la Teoría de Grupos con
aplicaciones en la Teoría Matemática de la Música
Octavio A. Agustín-Aquino, Janine du Plessis,
Emilio Lluis-Puebla, Mariana Montiel


Computational Music Science
Guerino Mazzola
Maria Mannone
Yan Pang
Cool Math
for Hot Music
A First Introduction to Mathematics
for Music Theorists
Springer

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

APLICACIÓN DE TEORÍA DE GRUPOS EN SERIES DODECAFÓNICAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Matemática

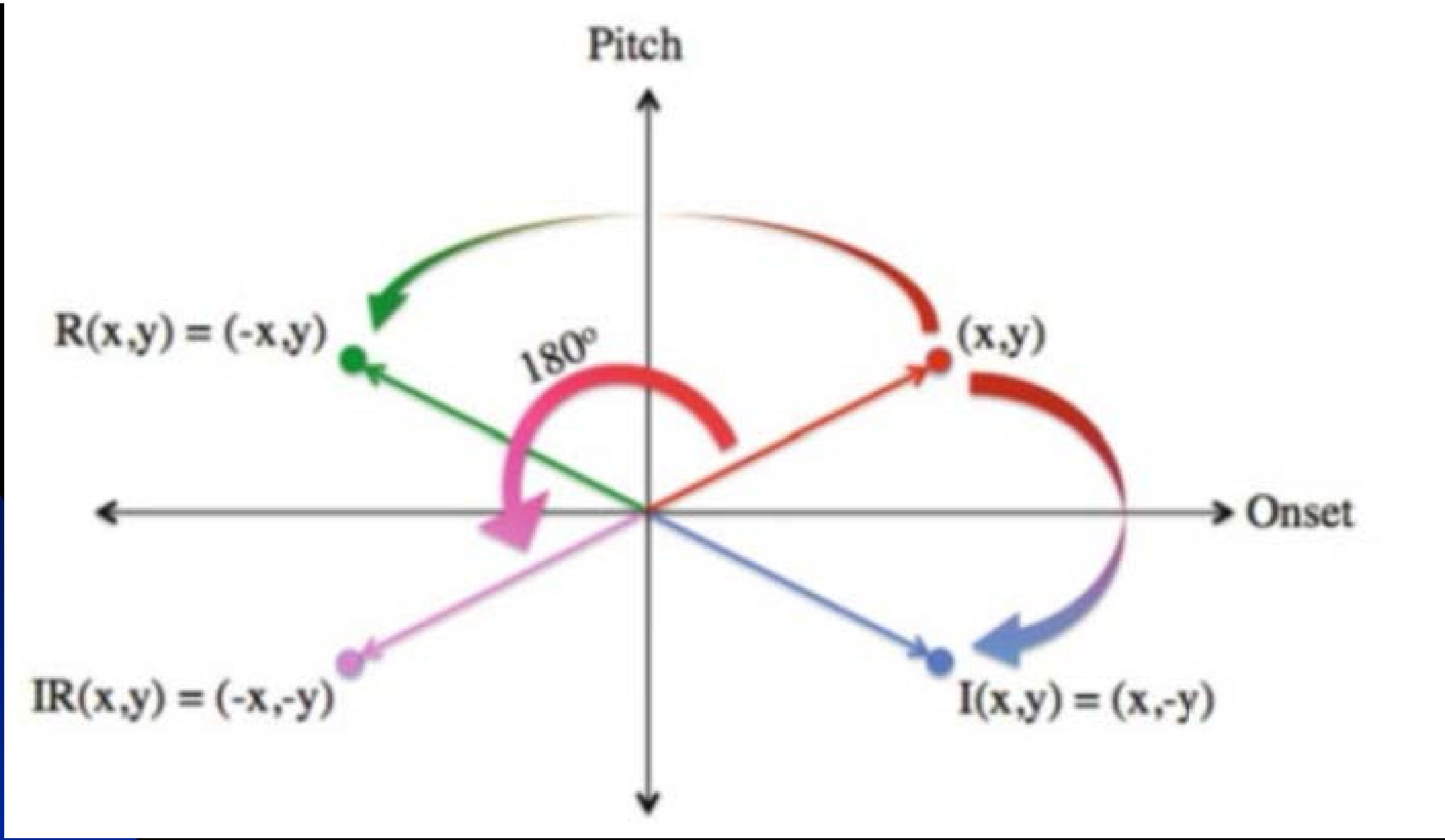
PRESENTA:

Alison Barbosa Guzmán

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Emilio Esteban Lluis Puebla

Ciudad Universitaria, 2022



El grupo 4 de Klein K_4

R se define como R(x, y)=(−x, y),

la inversión es I(x, y)=(x, −y),

la inversión retrógrada es RI(x, y)=(−x, −y)

Tomado de [MMP]

Un grupo G actúa por la izquierda en un conjunto X si existe una función

$a: G\times X \to X$ dada por $(g,x)\mapsto a(g,x)$

donde $a(g,x)$ se denotará gx, tal que se cumple

$(e,x)\mapsto a(e,x)=ex=x$ y
$(gg',x)\mapsto a(gg',x)=(gg')x=g(g'x)$.

Si se tiene que G actúa en un conjunto X, se dice que X es un G-conjunto.

$$(3_{12}) \rightarrowtail Z_{12} \twoheadrightarrow Z_{12}/(3) \cong Z_3 \text{ donde } p_3 : Z_{12} \to Z_3$$

$$(4_{12}) \rightarrowtail Z_{12} \twoheadrightarrow Z_{12}/(4) \cong Z_4 \text{ donde } p_4 : Z_{12} \to Z_4$$

$$\ker(p_{3,}\, p_4) \rightarrowtail Z_{12} \twoheadrightarrow \mathrm{im}(p_{3,}\, p_4) \cong Z_{12}/\ker(p_{3,}\, p_4) \cong Z_3 \times Z_4$$

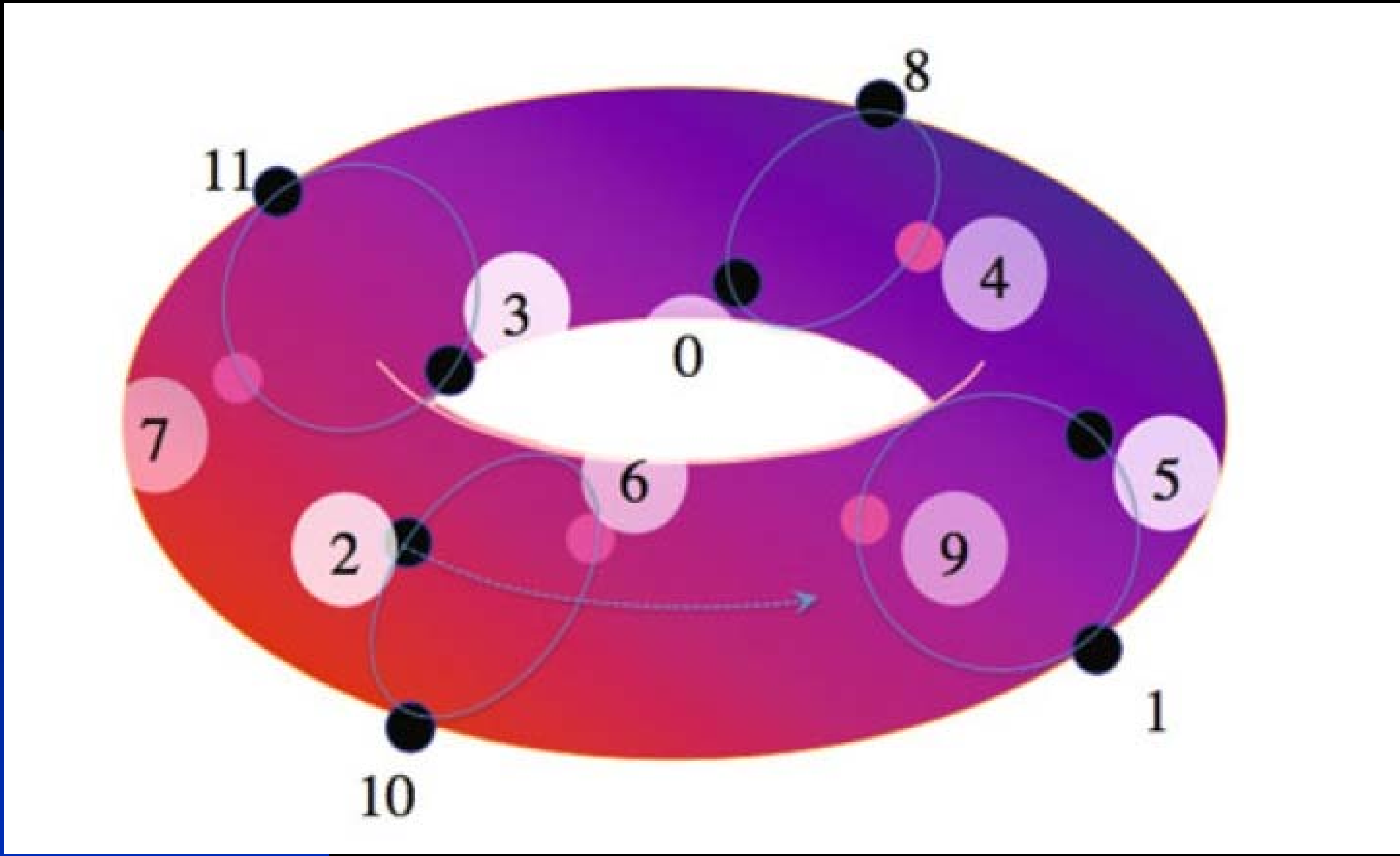
$$Id \times (-1) : Z_3 \times Z_4 \cong Z_3 \times Z_4 \text{ dado por } (x, y) \mapsto (x, -y)$$

y así obtener

$$t = Id \times (-1) \circ (p_3, p_4) : Z_{12} \cong Z_3 \times Z_4$$

dado por $x_{12} \mapsto (x_3, -x_4)$

El inverso t^{-1} está dada por $t^{-1}(x_3, y_4) = 4x_3 + 3y_4$

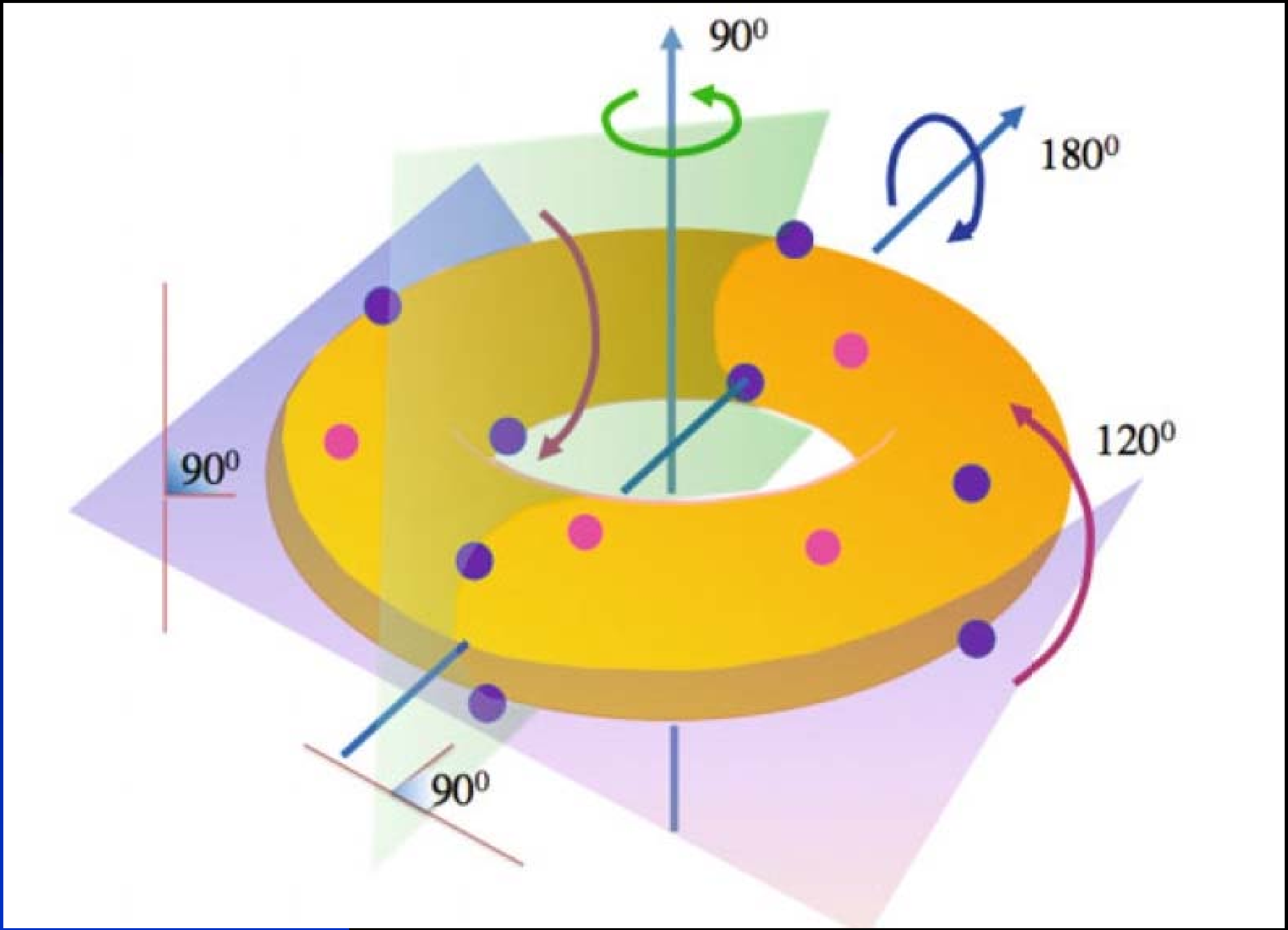


Toro de terceras. Vemos cuatro círculos verticales, copias de Z_3, unidos a los cuatro puntos de clase de tono 0, 3, 6, 9. Tomado de [MMP].

En el toro de terceras $T_{3\times4}$ podemos definir una función de distancia métrica siendo d(z, w) el número mínimo de terceras menores o mayores para llegar a w desde z. Las terceras son la suma o resta de $(1_3, 0_4)$ o $(0_3, 1_4)$.

Esta geometría métrica en $T_{3\times4}$ es importante porque es invariante bajo todas las simetrías de $T_{3\times4}$. En [MMP] encontrarán una explicación acerca de qué son las simetrías de $T_{3\times4}$.

El hecho es que las simetrías del toro conservan todas las distancias de terceras.



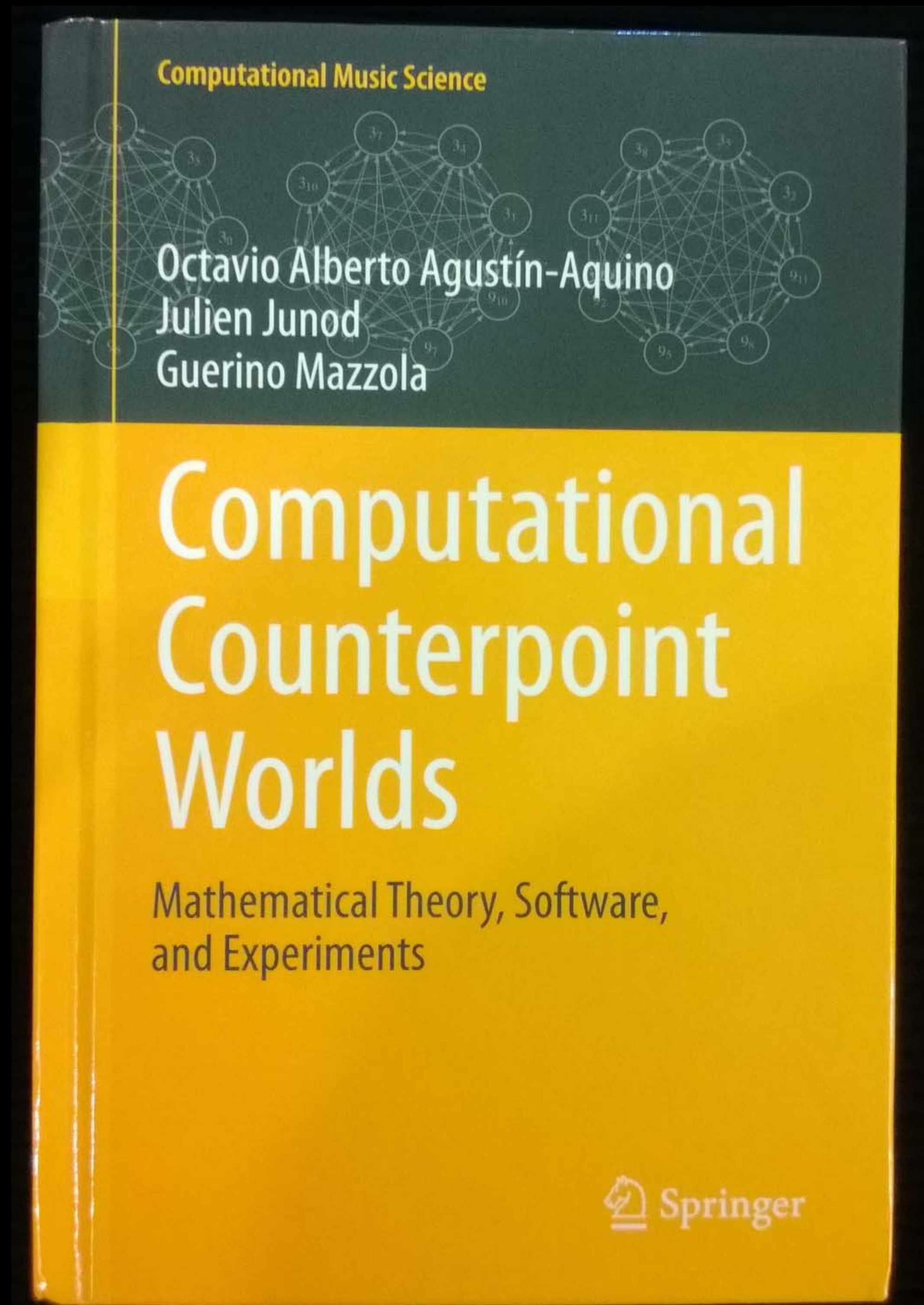
Las simetrías del toro conservan todas las distancias de terceras. Tomado de [MMP].

*UPIC de Iannis Xenakis

*PRESTO de Guerino Mazzola

*El software RUBATO de Mazzola se desarrolló como un lugar donde se ha implementado la Teoría Matemática de la Música en un marco matemático bastante general de arquitecturas de conceptos generales como Denotadores y Formas.


Gérard Milmeister
with contributions by
Guerino Mazzola and Florian Thalmann
COMPUTATIONAL MUSIC SCIENCE
The Rubato Composer Music Software
Component-Based Implementation of a Functorial Concept Architecture
Springer


Computational Music Science
Octavio Alberto Agustín-Aquino
Julien Junod
Guerino Mazzola
Computational Counterpoint Worlds
Mathematical Theory, Software, and Experiments
Springer

On First-Species Counterpoint Theory

*Juan Sebastián Arias-Valero
Universidad Nacional Autónoma de México
jsariasv1@gmail.com
Orcid: 0000-0001-6812-7639

Octavio Alberto Agustín-Aquino
Universidad Tecnológica de la Mixteca
octavioalberto@mixteco.utm.mx
Orcid: 0000-0002-0556-6236

Emilio Lluis-Puebla
Universidad Nacional Autónoma de México
lluisp@unam.mx
Orcid: 0000-0002-2633-5955

DOI: 10.46926/musmat.2021v5n2.1-40

Abstract: *We generalize first-species counterpoint theory to arbitrary rings and obtain some new counting and maximization results that enrich the theory of admitted successors, pointing to a structural approach, beyond computations. The generalization encompasses an alternative theory of contrapuntal intervals. We also propose several variations of the model that intend to deepen into its principles. The original motivations of the theory, as well as all technical passages, are carefully reviewed so as to provide a complete exposition.*

Keywords: *Counterpoint. Rings. Modules. Combinatorics.*

Journal MusMat. Vol. V. No. 2. pp. 1-40. (2021).

A Conceptual Note on Gesture Theory

*JUAN SEBASTIÁN ARIAS-VALERO
Universidad Nacional Autónoma de México
jsariasv1@gmail.com
Orcid: 0000-0001-6812-7639

EMILIO LLUIS-PUEBLA
Universidad Nacional Autónoma de México
lluisp@unam.mx
Orcid: 0000-0002-2633-5955
DOI: 10.46926/musmat.2021v5n1.89-115

Abstract: *This paper is a conceptual counterpart of the technical developments of gesture theory. We base all our discussion on Saint-Victor's definition of gesture. First, we unfold it to a philosophical reflection that could establish a dialogue between semiotic and pre-semiotic approaches to musical gestures, thanks to Peirce's ideas. Then we explain how the philosophical definition becomes a mathematical one, and provide reflections on important concepts involved in gesture theory, some possible relations to other branches of mathematics and mathematical music theory, and several open and closed questions. We include a non-mathematical discussion related to the environment of this subject and a glossary of specialized terms.*

Keywords: *Gestures. Mathematical Music Theory. Category Theory. Geometry. Philosophy.*

Journal MusMat Vol V-No.1
June 2021. pp. 89-115. (2021)

1. Matemática de objetos
2. Matemática de estructura
3. Matemática de conceptos

Journal of Mathematics and Music, 2019
https://doi.org/10.1080/17459737.2019.1675193

Taylor & Francis
Taylor & Francis Group

Check for updates

Functorial semiotics for creativity

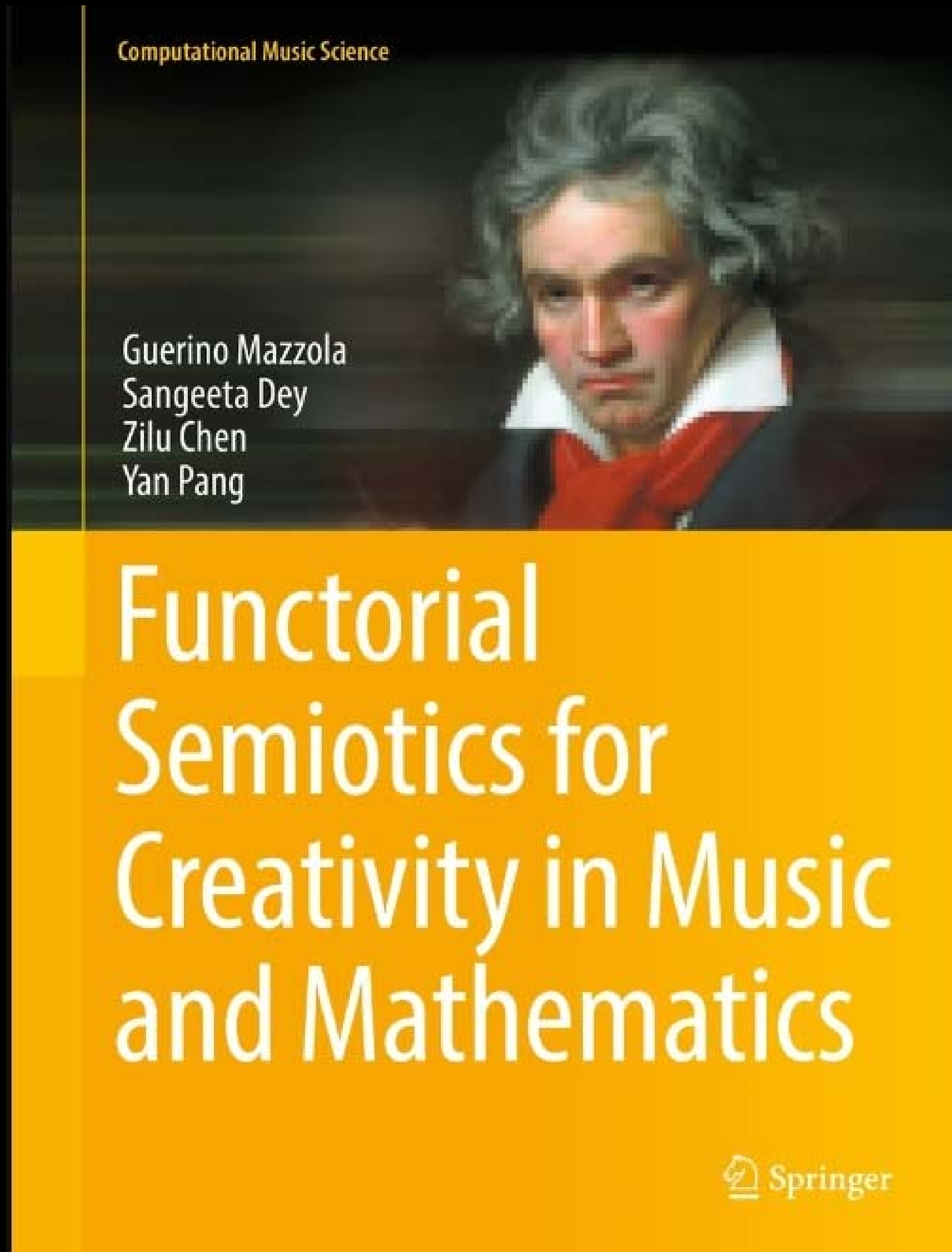
Guerino Mazzola*

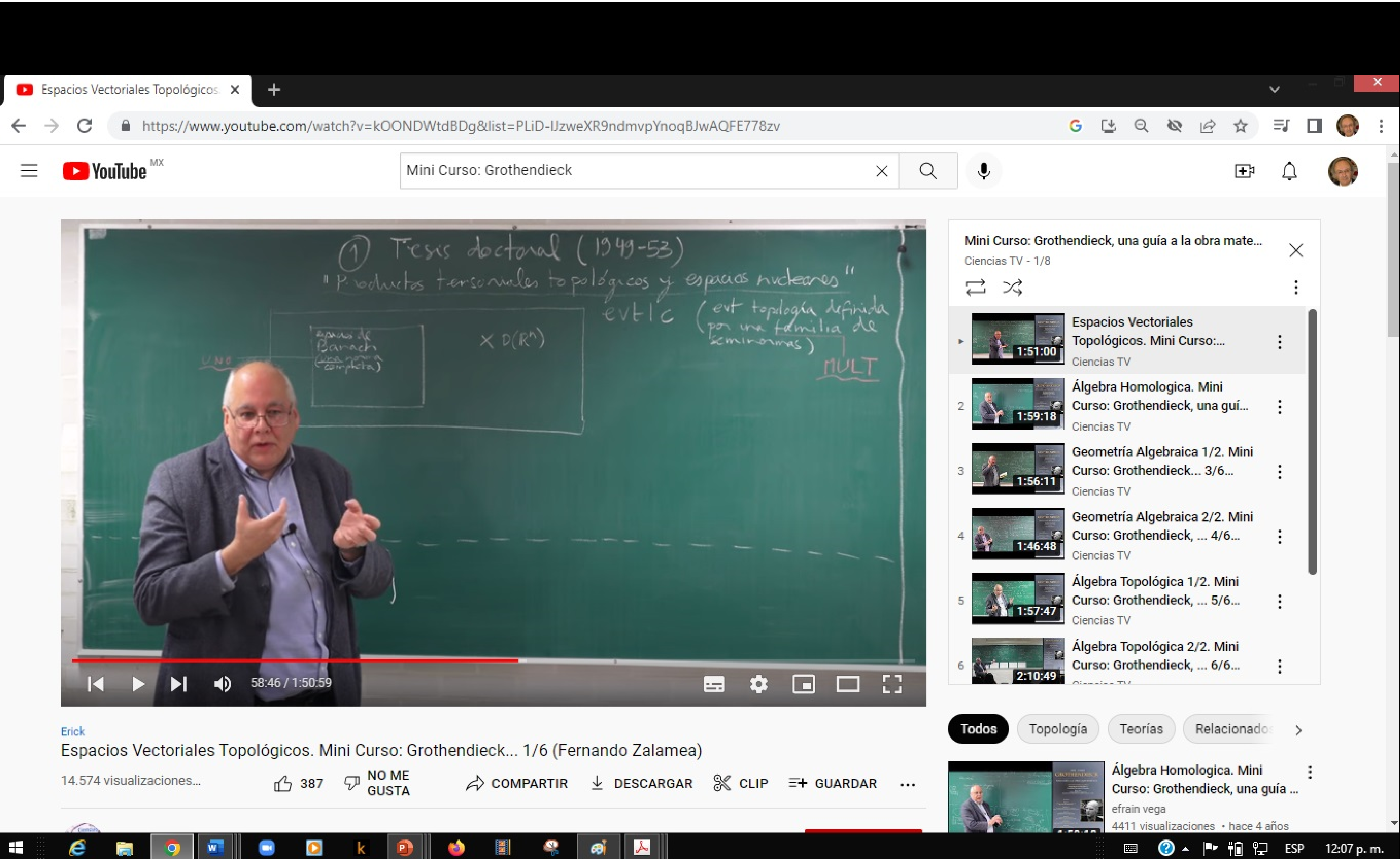
School of Music, University of Minnesota, Minneapolis, MN, USA

(*Received 13 March 2018; accepted 1 September 2019*)

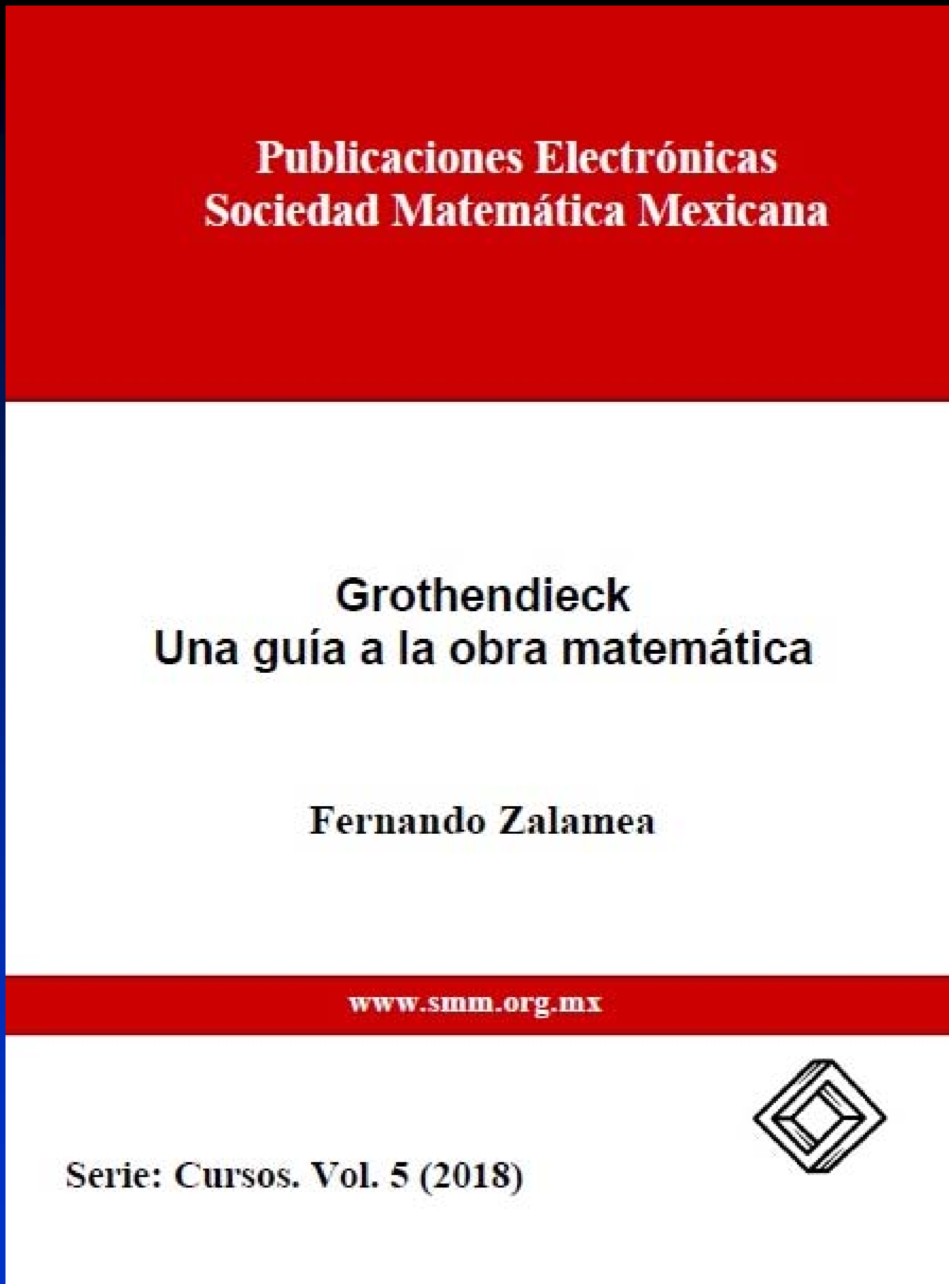
In this paper, we develop a mathematically conceived semiotic theory. This project seems essential for a future computational creativity science since the outcome of the process of creativity must add new signs to given semiotic contexts. The mathematical framework is built upon categories of functors, in particular linearized categories deduced from path categories of digraphs and the Gabriel–Zisman calculus of fractions. Semantics in this approach is extended to a number of "global" constructions enabled by the Yoneda Lemma, including cohomological constructions. This approach concludes with a short discussion of classes of creativity with respect to the proposed functorial semiotics.

Keywords: music semiotics; Hjelmslev extensions; functors; Yoneda lemma; computational creativity; denotators; forms


Computational Music Science
Guerino Mazzola
Sangeeta Dey
Zilu Chen
Yan Pang
Functorial Semiotics for Creativity in Music and Mathematics
Springer



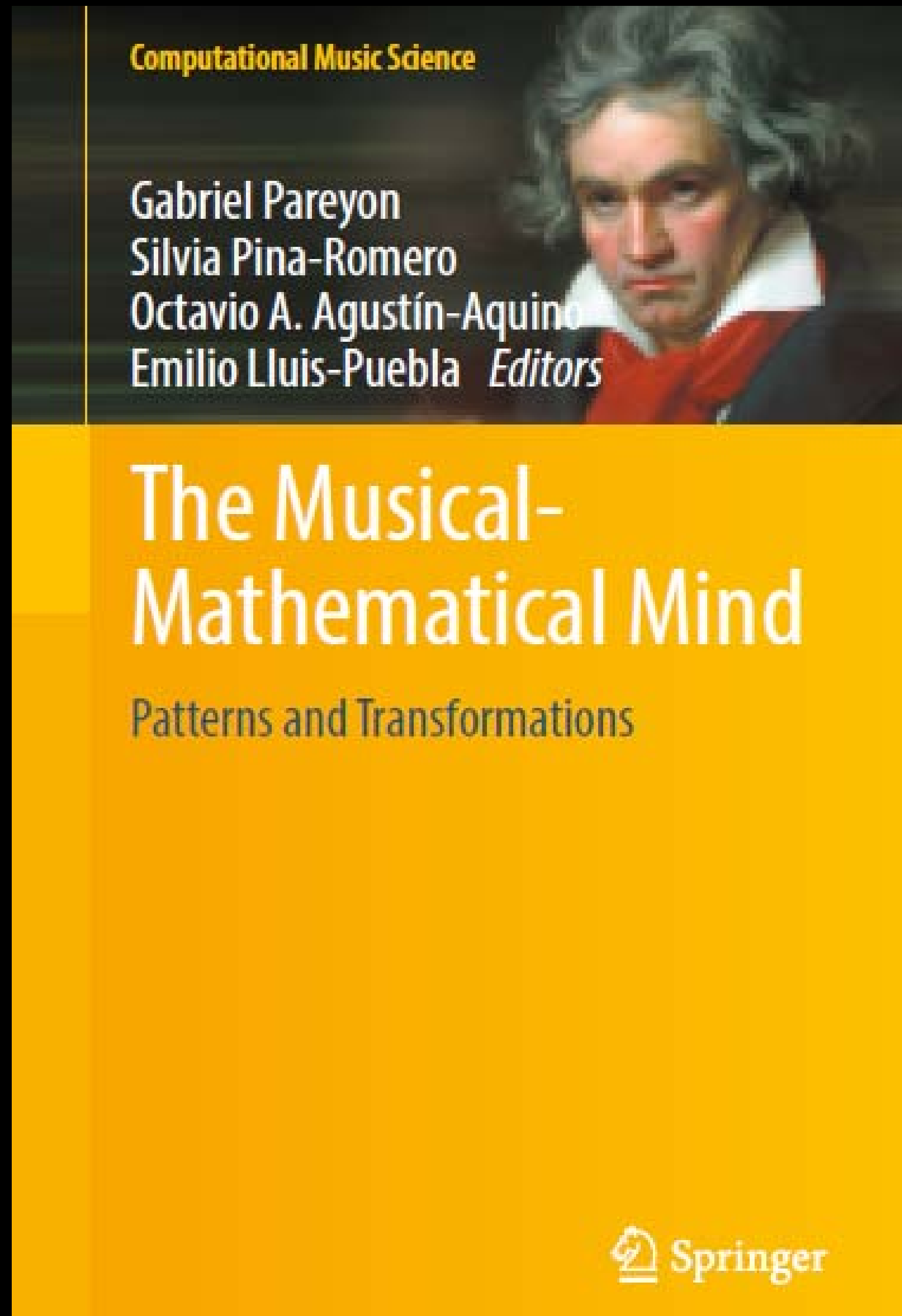
https://www.youtube.com/watch?v=kOONDWtdBDg&list=PLiD-IJzweXR9ndmvpYnoqBJwAQFE778zv

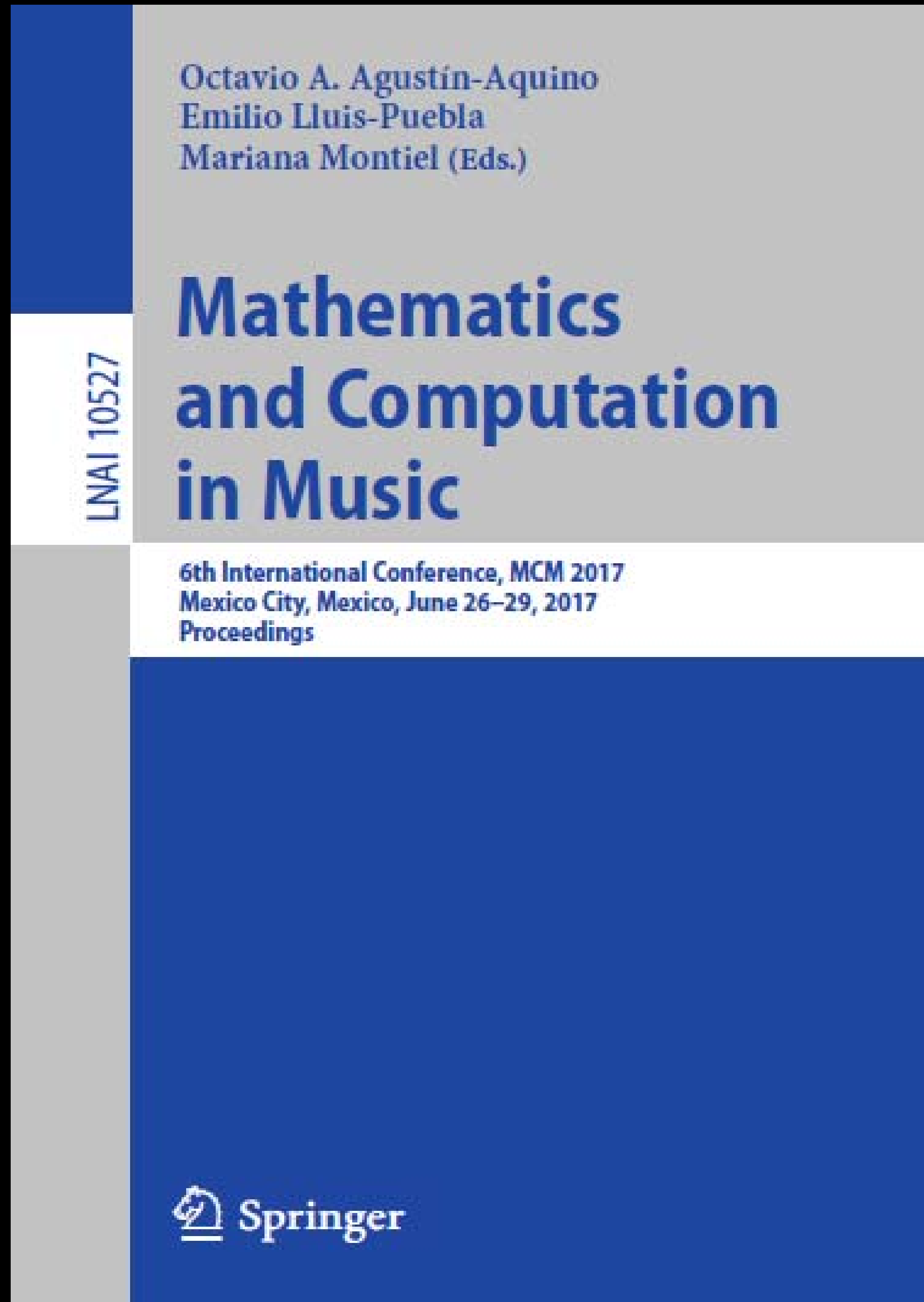


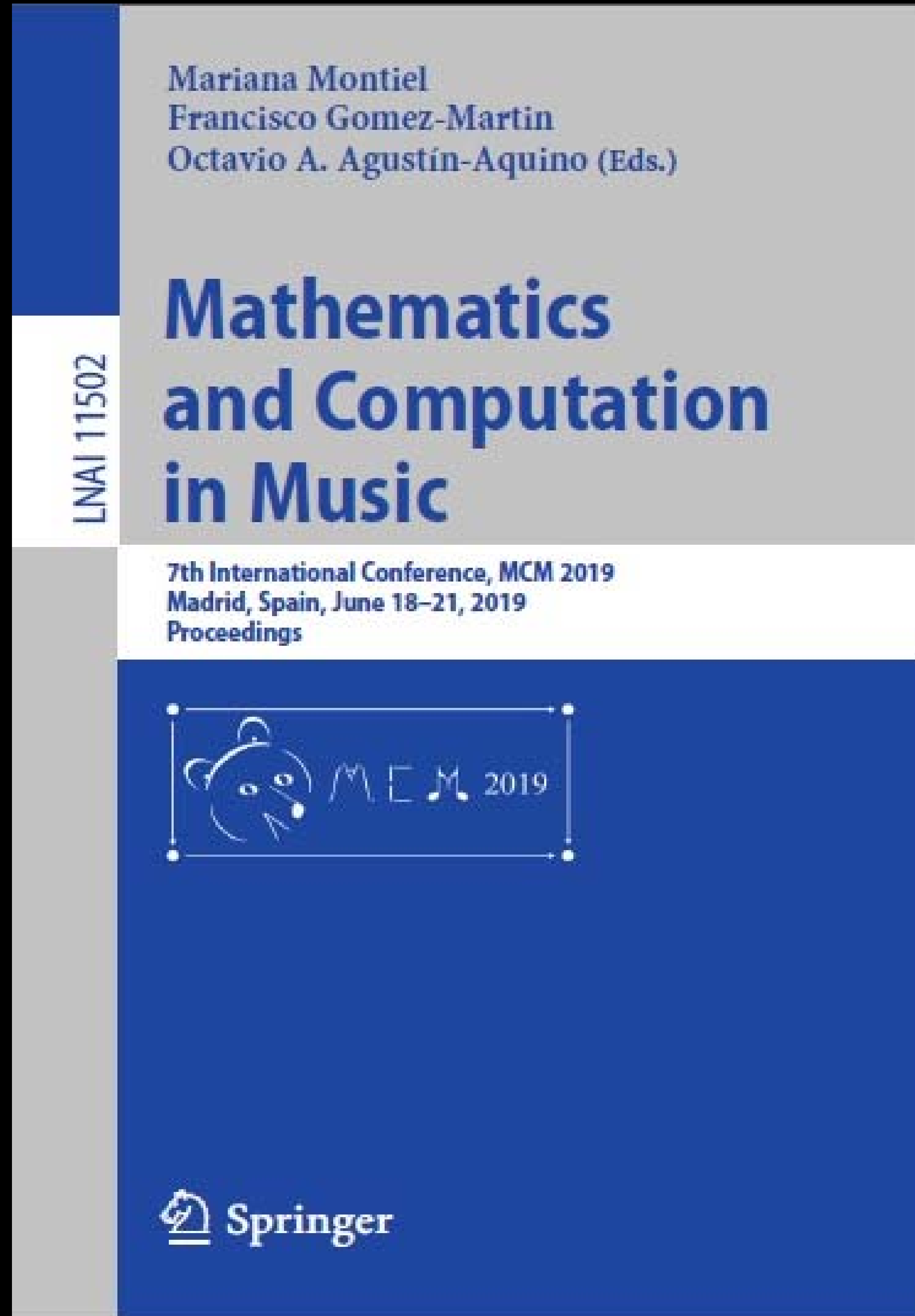
Publicaciones Electrónicas
Sociedad Matemática Mexicana
Grothendieck
Una guía a la obra matemática
Fernando Zalamea
www.smm.org.mx
Serie: Cursos. Vol. 5 (2018)

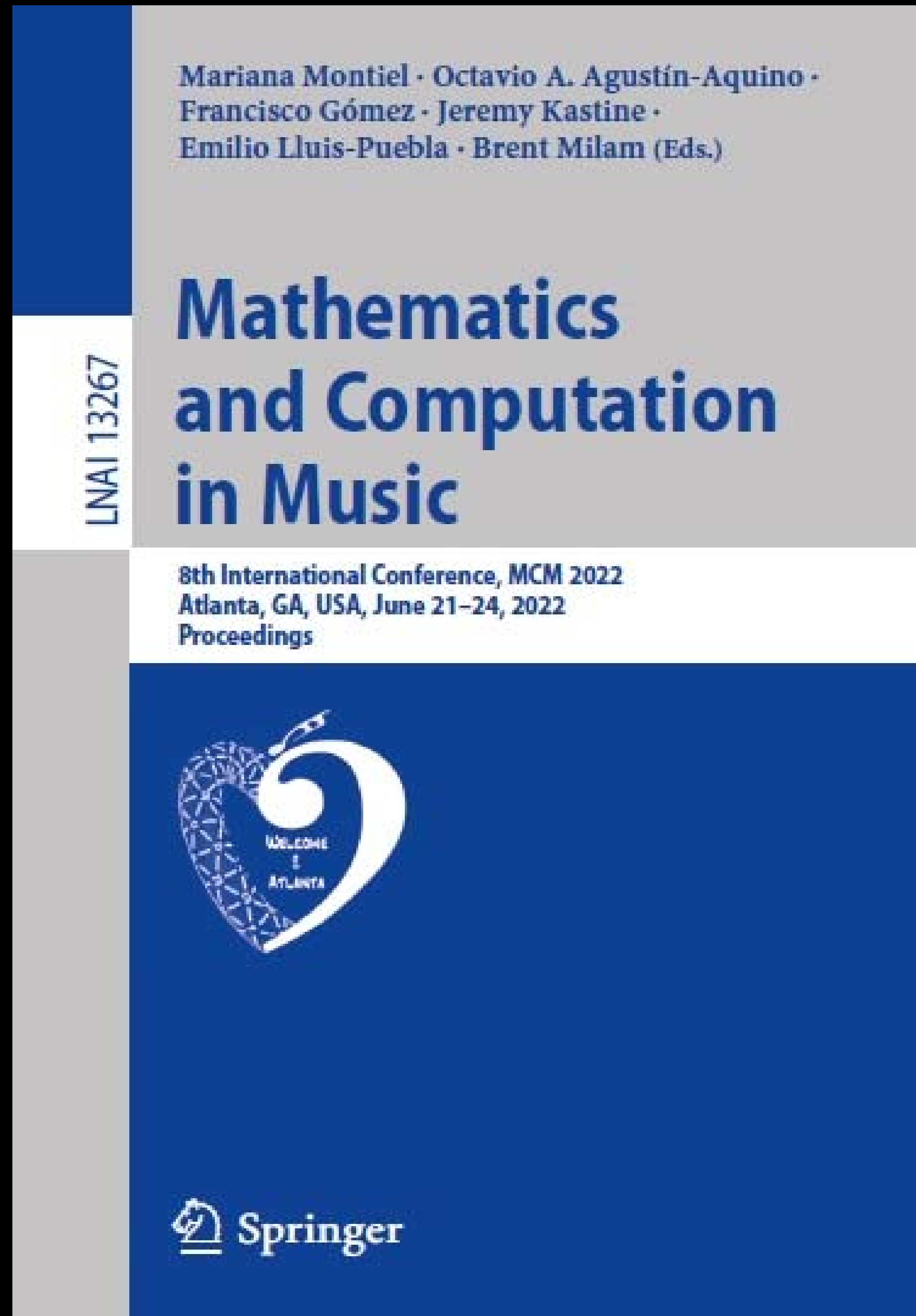
MINI - CURSO
GROTHENDIECK
UNA GUÍA A LA OBRA MATEMÁTICA
DR. FERNANDO ZALAMEA
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia
Junio 2018
10:00 a 12:00 horas, Salón S-104
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, UNAM
PROGRAMA
Martes 19
ESPACIOS VECTORIALES TOPOLÓGICOS
Tesis (1949-53), Résumé (1953)
Miércoles 20
ÁLGEBRA HOMOLÓGICA Y CATEGORÍAS
Tôhoku (1955-56), Riemann-Roch-Grothendieck (1957)
Jueves 21
GEOMETRÍA ALGEBRAICA I
ICM Edimburgo (1958), EGA (1959-64)
Martes 26
GEOMETRÍA ALGEBRAICA II
SGA (1960-69), Conjeturas estándar (1968)
Miércoles 27
ÁLGEBRA TOPOLÓGICA I
Larga marcha (1981), Esbozo de un programa (1984)
Jueves 28
ÁLGEBRA TOPOLÓGICA II
Stacks (1983), Derivadores (1991)

Emilio Lluis-Puebla & Guerino Mazzola
Puerto Vallarta, México. (2014)

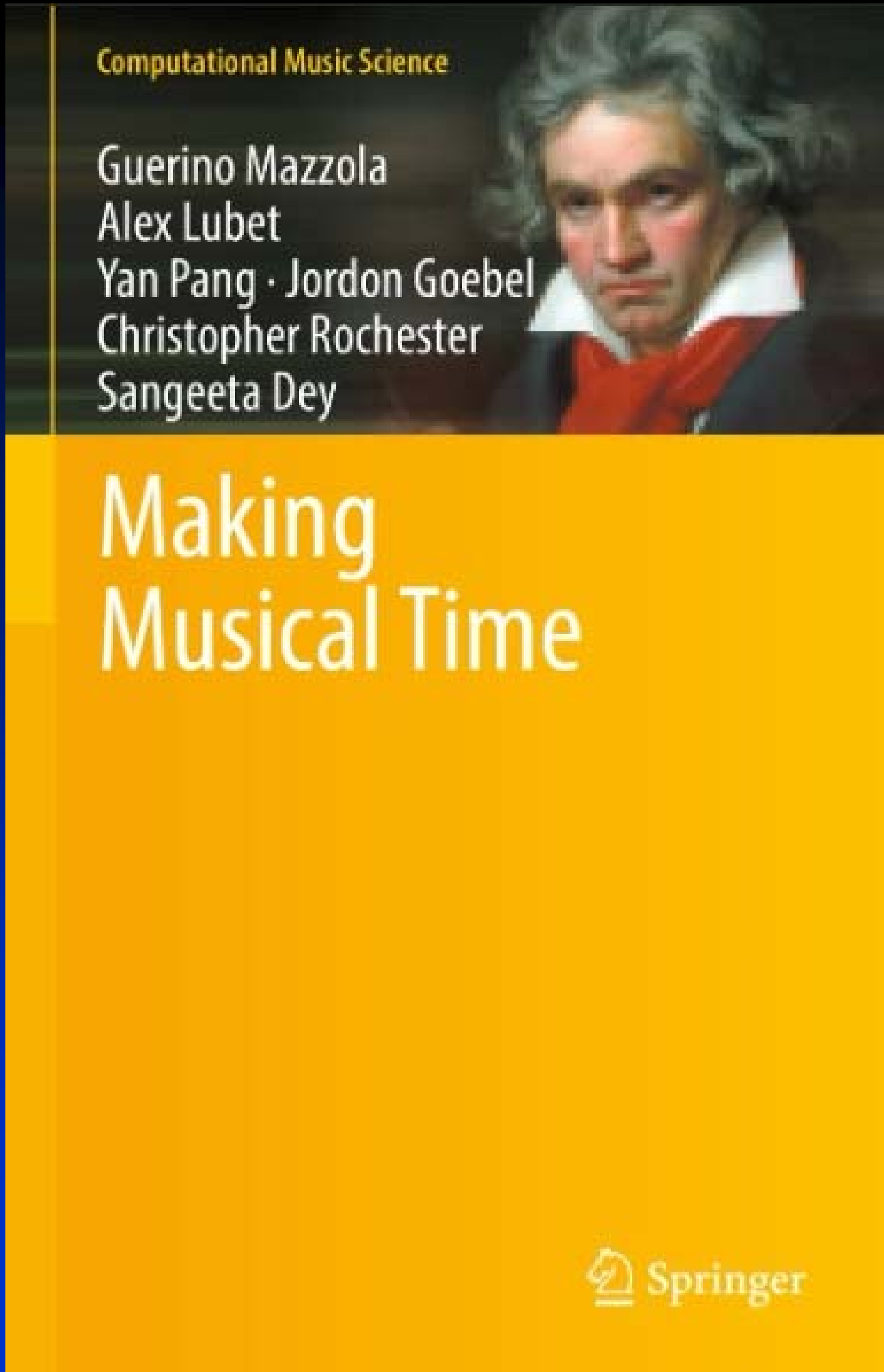

Computational Music Science
Gabriel Pareyon
Silvia Pina-Romero
Octavio A. Agustín-Aquino
Emilio Lluis-Puebla Editors
The Musical-Mathematical Mind
Patterns and Transformations
Springer


Octavio A. Agustín-Aquino
Emilio Lluis-Puebla
Mariana Montiel (Eds.)
LNAI 10527
Mathematics and Computation in Music
6th International Conference, MCM 2017
Mexico City, Mexico, June 26–29, 2017
Proceedings
Springer


Mariana Montiel
Francisco Gomez-Martin
Octavio A. Agustín-Aquino (Eds.)
LNAI 11502
Mathematics
and Computation
in Music
7th International Conference, MCM 2019
Madrid, Spain, June 18–21, 2019
Proceedings
MCM 2019
Springer

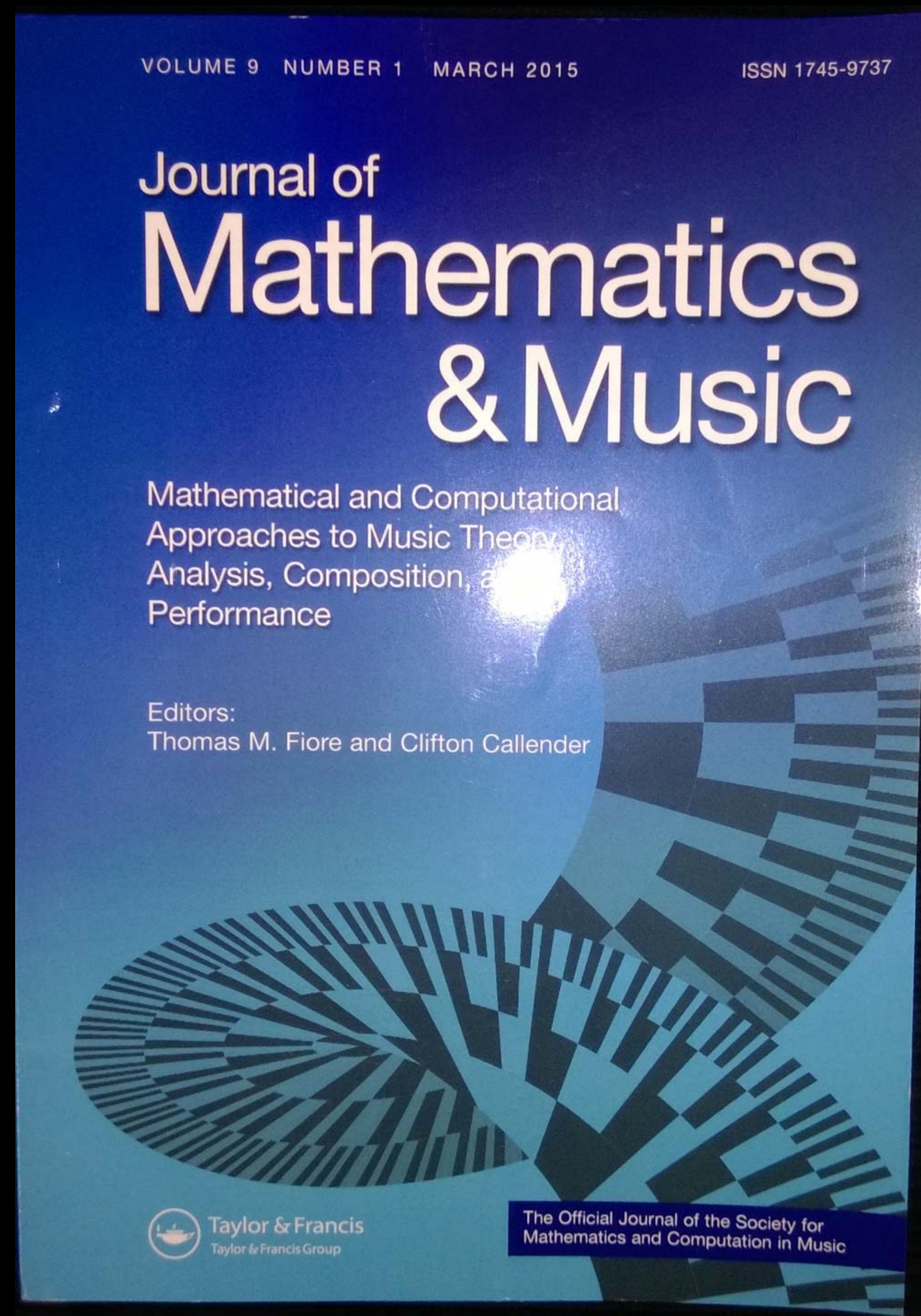

Mariana Montiel · Octavio A. Agustín-Aquino ·
Francisco Gómez · Jeremy Kastine ·
Emilio Lluis-Puebla · Brent Milam (Eds.)
LNAI 13267
Mathematics and Computation in Music
8th International Conference, MCM 2022
Atlanta, GA, USA, June 21–24, 2022
Proceedings
Springer

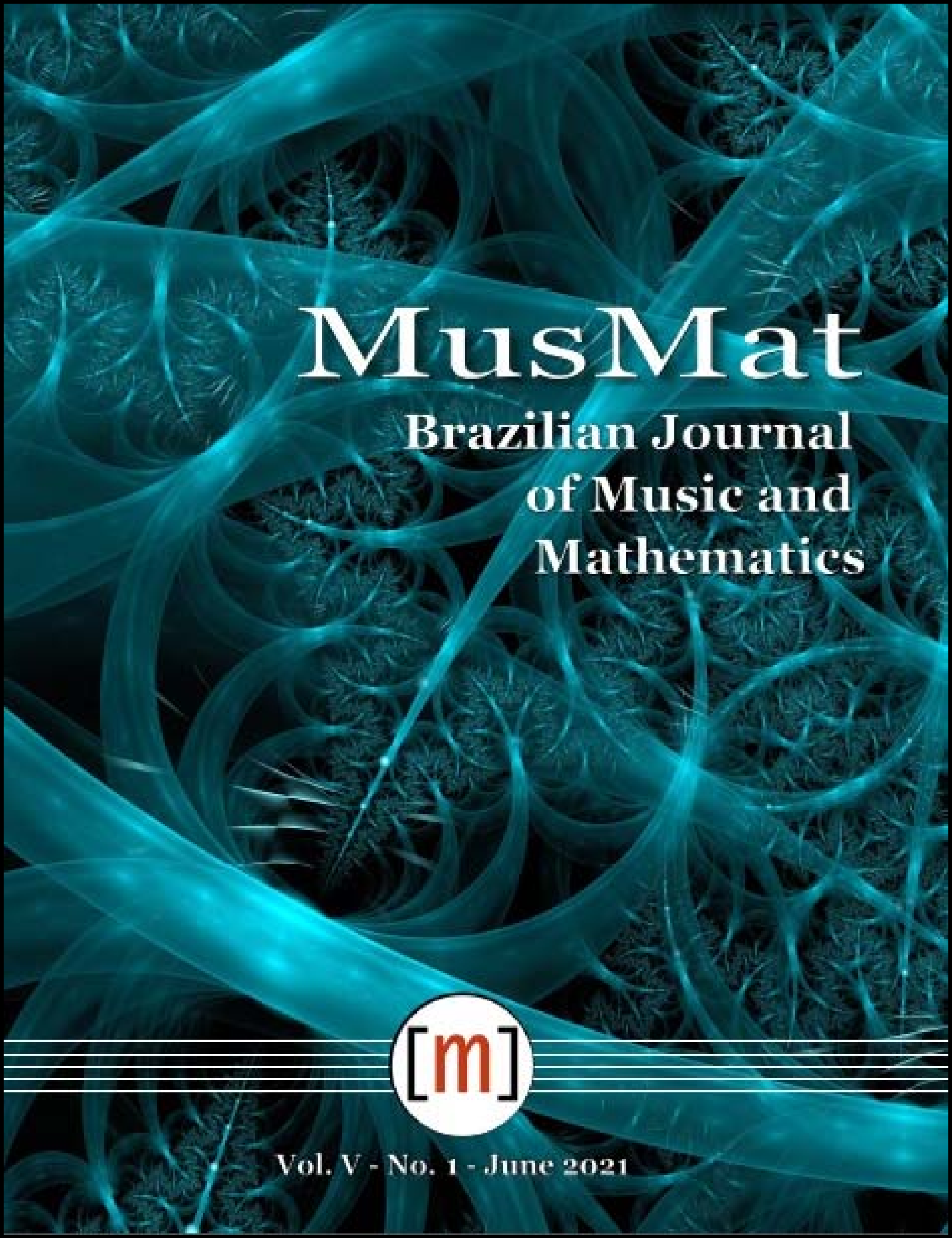
Guerino Mazzola y Emilio Lluis.
Madrid. Junio de 2019.



Dedicated to Emilio Lluis-Puebla

Photo and © by Luis Solórzano


VOLUME 9 NUMBER 1 MARCH 2015
ISSN 1745-9737
Journal of
Mathematics
& Music
Mathematical and Computational
Approaches to Music Theory,
Analysis, Composition, a
Performance
Editors:
Thomas M. Fiore and Clifton Callender
Taylor & Francis
Taylor & Francis Group
The Official Journal of the Society for
Mathematics and Computation in Music


MusMat
Brazilian Journal
of Music and
Mathematics
[m]
Vol. V - No. 1 - June 2021

La Matemática

es una de las Bellas Artes,

la más pura de ellas,

que tiene el don de ser

la más precisa

y la precisión de las Ciencias.

E. Lluis-Puebla

Bibliografía

[A] Barbosa, A. Aplicación de Teoría de Grupos en Series Dodecafónicas. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ciencias. UNAM. 2022 (Por aparecer).

[APML] Agustín-Aquino O. A.; du Plessis J; Lluis-Puebla, E; Montiel M. Una introducción a la Teoría de Grupos con aplicaciones en la Teoría Matemática de la Música. Publicaciones Electrónicas. Sociedad Matemática Mexicana. México. 2009.

http://pesmm.org.mx/Serie%20Textos_archivos/T10.pdf

[L-P] Lluis-Puebla, E. Álgebra Moderna. Publicaciones Electrónicas. Sociedad Matemática Mexicana. 2021.
http://pesmm.org.mx/Serie%20Textos_archivos/T22.pdf

[MMP] Mazzola, G; Manone M; Pang Y. Cool Math for Hot Music. Springer. 2016.

www.EmilioLluis.org

emiliolluis@ciencias.unam.mx

lluisp@unam.mx

Emilio Lluis-Puebla

Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias

Universidad Nacional Autónoma de México